



**MANUEL ALVAREZ PAEZ
CARLOS DRUDIS NOGUES
JOSE MANUEL DE LA TORRE Y DE MIGUEL
JOAQUIN TRIGO PORTELA**

**“Aplicación del método Box-Jenkins al análisis del
precio de los inputs metálicos en la industria
siderúrgica en Cataluña” (1970 - 1979)**

**1. LA IMPORTANCIA DE LOS INPUTS METALICOS DE CONTENIDO
FERRICO EN LA INDUSTRIA SIDERURGICA**

En el ámbito de este estudio se ha considerado la producción de aceros no especiales en horno eléctrico, con foso de colada.

Si se hubiera optado por analizar el caso de producción con colada continua, la variación en cuanto a la fabricación de acero líquido no habría sido sensible. Ahora bien, las ventajas en la estructura de costes, a través de este proceso (que vienen determinadas por una menor necesidad de mano de obra, unas menores mermas, una mayor seguridad en la calidad del acero, y una gran flexibilidad en cuanto a simultaneidad de producción de diferentes secciones y longitudes, y así mismo la mayor automatización que evita que los fallos humanos incidan sobre el proceso, con lo que se abaratan los costes finales), resultan en que la incidencia del precio de estos inputs en la estructura de costes es aún mayor que con el primer procedimiento.

El enfoque de la relevancia de estos inputs puede buscarse en dos planos, en el económico y en el físico, considerándose en el primero los precios y proporciones de las distintas variedades y en el segundo la relación de conversión de peso de los mismos en peso del producto final.

La incidencia del precio de estos elementos en el precio del producto final viene a ser de un 53%, aproximadamente, variando con las oscilaciones de cotización de los mismos. Típicamente puede considerarse que según norma UNE 36-199-73 el grupo 3.5 clase 40 y 41 incide en un 10% del volumen de cargas y en un 7,83% de su coste, Grupo 3.4 clase 40 y 41 incide en un 10% de volumen de cargas y en un 7,83% de su coste, Grupo 3.4 clase 55.1 en 10% de volumen y 7,61% de coste

y Grupo 3.2 y 3.3 clases 05 a 09 un 70% de volumen y 73,6% del coste y para el Grupo 3.4 clases 52,53 y Grupo 3.6 clases 14,53 y 33 conjuntamente, 10% de volumen y 10,96% de coste.

Desde el punto de vista físico, la relación de conversión de estos materiales en acero líquido viene dada por una oscilación centrada en torno a un coeficiente de 1,1124; con lo que se ratifica, también desde este enfoque, la importancia económica que justifica la aplicación a estos datos de la metodología que sigue. Perspectivas como la hipótesis de cese de exportación de chatarras por parte de los EE.UU. apoyándose en el proceso de reconversión de sus estructuras productivas, pasando de altos hornos a horno eléctrico, y en su voluntad de conquista de nuevos mercados afectarían las previsiones que siguen por la producción deficitaria en España de estos productos, pero aún al margen de estas incidencias exógenas, el descenso del volumen de actividad económica, y la necesidad de ajuste técnico y organizativo de las empresas del ramo llevan a estimar que es necesario un descenso en el volumen de producción final.¹ Por otra parte, la atención a lo específico de esta actividad en cuanto a su carácter "tradicional", entendido por ello que la competencia se centra en el precio y por tanto, la capacidad de conquista de mayores cuotas de mercado estriba en la gestión de compra de estos elementos.²

1.1. Metodología Box-Jenkins

Los modelos Box-Jenkins constituyen un procedimiento muy potente para el análisis, modelización y previsión utilizando series temporales. Los distintos niveles de la metodología, de complejidad creciente, permiten obtener modelos estocásticos univariantes de los datos, la modelización de sucesos extraordinarios mediante el análisis de intervención, y relaciones dinámicas entre distintas series temporales.

La metodología se puede dividir en cuatro niveles:

- Modelos ARIMA univariantes para series temporales.
- Relaciones entre una serie temporal, y otra o varias series, independientes entre sí, actuando sin realimentación sobre la serie objetivo.

1. "Steel in the 1980's an OECD symposium" *The OCDE Observer*, N°103/marzo-80, pág. 3.

"Crisis mundial del acero" *The Economist*, 12-Abril-1980.

FELIX NAVA ACOSTA. "Paro español. La siderurgia española necesita una profunda reestructuración" *Metales y Máquinas*, Mayo-Junio 1980.

2. "How to compete in stagnant industries" *Harvard Business Review*, September, October 1979.

El análisis de intervención, es un caso particular de esta metodología donde la serie independiente es determinista.

— Modelos estocásticos multivariantes, donde los inputs pueden estar relacionados, y puede existir realimentación sobre las variables que actúan como inputs.

— Modelos de transferencia con outputs múltiples.

1.1.1. Modelos ARIMA

Una serie temporal es un conjunto de observaciones de una variable aleatoria ordenadas en el tiempo.³ Para su modelización existen distintos procedimientos, que incluyen modelos univariantes y multivariantes, lineales o no, con parámetros constantes o variables en el tiempo. Los procedimientos Box-Jenkins modelizan series temporales que se han convertido previamente en estacionarias⁴ mediante una clase paramétrica de modelos lineales con parámetros constantes, denominados ARIMA.

Los modelos ARIMA han demostrado ser adecuados para muchas series temporales encontradas en la práctica. Para definirlos se utiliza la siguiente notación de operadores y polinomios de operadores sobre las variables estocásticas.

— Operador de retardo simple B.

$$B z_t = z_{t-1}$$

$$B^n z_t = z_{t-n}$$

— Operador de diferencia ∇

$$\nabla z_t = z_t - z_{t-1} \quad (= (1-B) z_t)$$

$$\nabla^n z_t = (1-B)^n z_t$$

— Operador de suma simple. S

$$S z_t = \nabla^{-1} z_t \\ = z_t + z_{t-1} + \dots$$

3. Se consideran sólo las series temporales con observaciones a intervalos constantes de tiempo.

4. Las series se transforman en estacionarias en la medida y en la varianza. Bajo el supuesto de normalidad son estrictamente estacionarias.

Igualmente se definen polinomios sobre el operador B , de orden finito y coeficientes constantes, que operan sobre z_t .

$$\varphi(B) = (1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 \dots \varphi_n B^n)$$

Para la modelización ARIMA dada una serie temporal z_t se define la variable estacionaria:

$$W_t = \nabla_s^D \nabla^d z_t^{(\lambda)} \text{ donde } z_t = \begin{cases} \ln(z_t + M) & \lambda = 0 \\ (z_t + M)^\lambda & \lambda \neq 0 \end{cases}$$

donde la transformación $z_t^{(\lambda)}$ transforma la serie en estacionaria en la varianza,⁵ y la diferenciación regular y estacional estacionaria en la media. Obtenido w_t se utilizan dos polinomios de operadores:

— AR (p) Autorregresivo de orden p.

$$(B) = 1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - \dots \varphi_p B^p$$

— MA (q) Medias móviles de orden q.

$$(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots \theta_q B^q$$

con lo que se obtiene la representación del modelo ARIMA univariante:

$$\varphi(B) \nabla^d \nabla_s^D z_t^{(\lambda)} = \theta(B) a_t$$

donde la serie original z_t se ha transformado en a_t , una serie puramente aleatoria de media nula y varianza σ_a^2 , denominada RUIDO BLANCO.⁶

Si z_t presenta comportamiento estacional, constante a lo largo del tiempo o que varía muy lentamente, se puede modelizar z_t como:

$$\Phi_P(B^s) \nabla_s^D \nabla^d z_t^{(\lambda)} = \Theta_Q(B^s) \alpha_t$$

5. Esta transformación (Box-Cox) cubre una variedad muy amplia que incluye las más frecuentes para $\lambda = 0$ y para $\lambda = 1$

6. Esta denominación proviene de las técnicas del análisis espectral.

donde el residuo del modelo α_t no presentará comportamiento estacional, no será normalmente ruido blanco y se modelizará como:

$$\varphi(B) \alpha_t = \theta(B) a_t$$

de donde se obtendrá el modelo ARIMA multiplicativo final:

$$\Phi_P(B^s) \varphi_P(B) \nabla_D^s \nabla_d z_t^{(\lambda)} = \Theta_Q(B^s) \theta_q(B) a_t$$

1.1.2. Modelos autorregresivos y de medias móviles

La modelización ARIMA está basada en la representación de cualquier proceso estocástico lineal como la respuesta de un filtro lineal cuya entrada es ruido blanco,⁷ es decir:

$$z_t = a_t + \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2} + \dots = \theta(B) a_t$$

que es el desarrollo de un modelo de medias móviles de orden infinito.

La representación dual de z_t es un modelo autorregresivo de orden infinito de la forma:

$$z_t = \varphi_1 z_{t-1} + \varphi_2 z_{t-2} + \dots + a_t$$

donde la observación en el instante t se obtiene en función de los valores de z_t en los instantes anteriores y de la perturbación aleatoria a_t .

En la práctica no es útil, sin embargo, la representación de z_t con un modelo AR o MA de orden infinito, aunque pueden ser aproximados con modelos AR(p), MA(q), o combinación de ambos, ARMA(p,q) con un número limitado de parámetros. Cuando la serie original z_t no es estacionaria es necesaria la aplicación de una o varias diferencias (d diferencias) para conseguir la estacionariedad de la serie con lo que se llega a la representación final del modelo ARIMA (p, d, q).

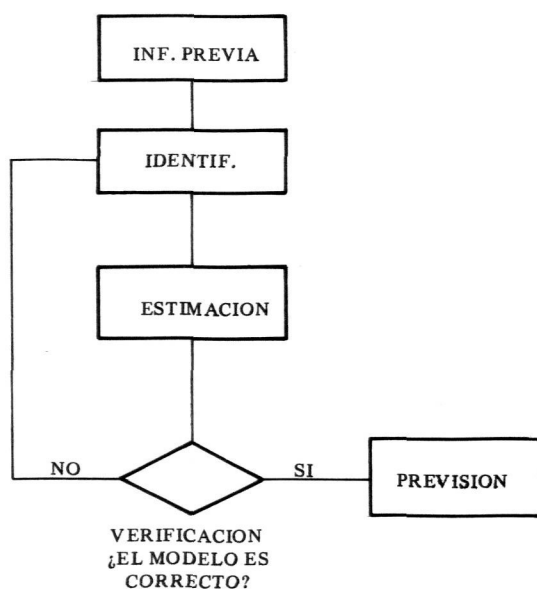
El objetivo del análisis Box-Jenkins es utilizar la combinación de operadores AR y MA para obtener un modelo adecuado con el menor número de parámetros.⁸ La obtención del modelo final se consigue mediante un procedimiento iterativo de análisis basado en las etapas de identificación, estimación y verificación del modelo.

7. Teorema de Wold. La metodología Box-Jenkins presupone que los modelos lineales explican el comportamiento de muchas series temporales encontradas en la práctica.

8. Principio de parsimonia de los modelos. Ello no significa que el mundo sea necesariamente simple, sino la dificultad de la estimación de los modelos que incluyen muchos parámetros.

1.1.3. Procedimiento de análisis

El procedimiento a seguir para obtener la representación del modelo ARIMA final se puede esquematizar como:



La fase de identificación tiene por objeto definir, de modo tentativo, los valores enteros del modelo (λ , s , M , p , d , q). La primera decisión a realizar es la elección de λ y d para transformar la serie en estacionaria. Si no se dispone de información a priori se puede utilizar la transformación logarítmica para las series económicas y para liberar el efecto del año base en las series de números índices. Se puede obtener un valor aproximado de λ mediante el gráfico de medias amplitudes.⁹

Para obtener este gráfico se descompone la serie en grupos de k datos, no inferiores a 8, o de s datos si la serie es tacional.¹⁰ En abscisas se representa la media de cada grupo y en ordenadas su amplitud. La for-

9. Existen métodos más sofisticados (basados en las transformaciones de Box-Cox) pero éste obtiene normalmente una aproximación suficiente de λ .

10. La elección de s cuando z_t es estacional se realiza en función de la naturaleza de la serie: 12 para datos mensuales, etc...

DIAGRAMA I

Configuraciones teóricas de *cas* y *cap* para los modelos ARMA (*p*, *q*) de orden bajo

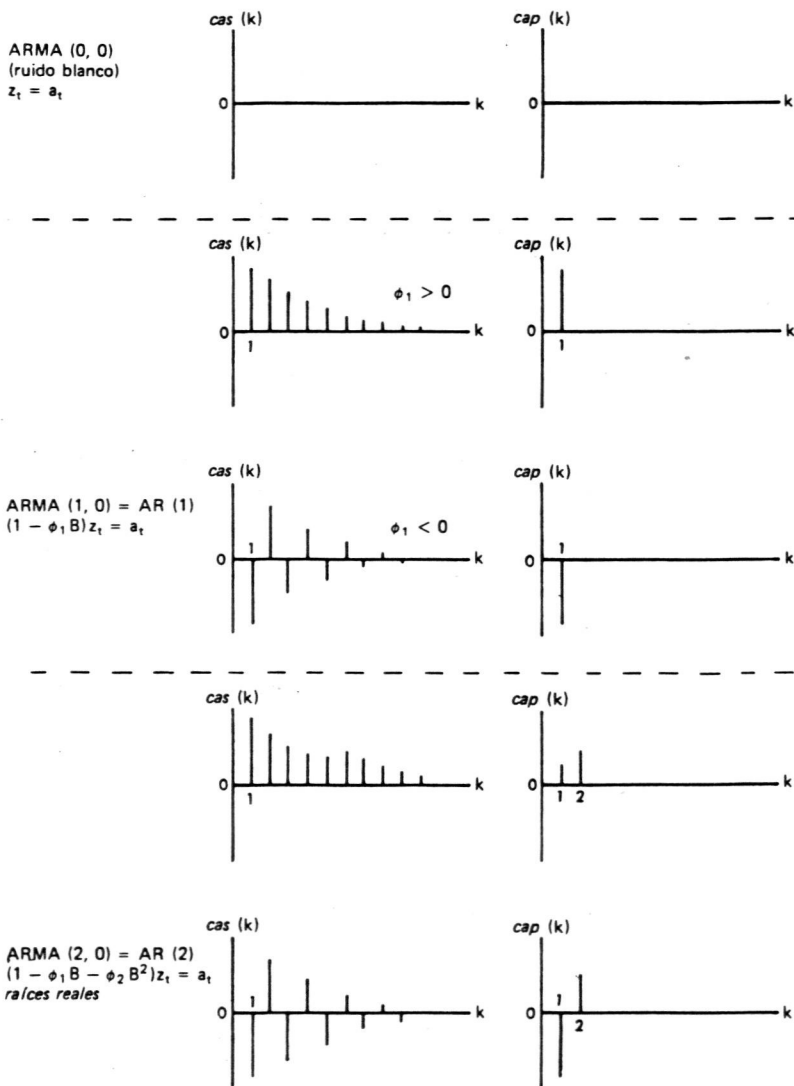
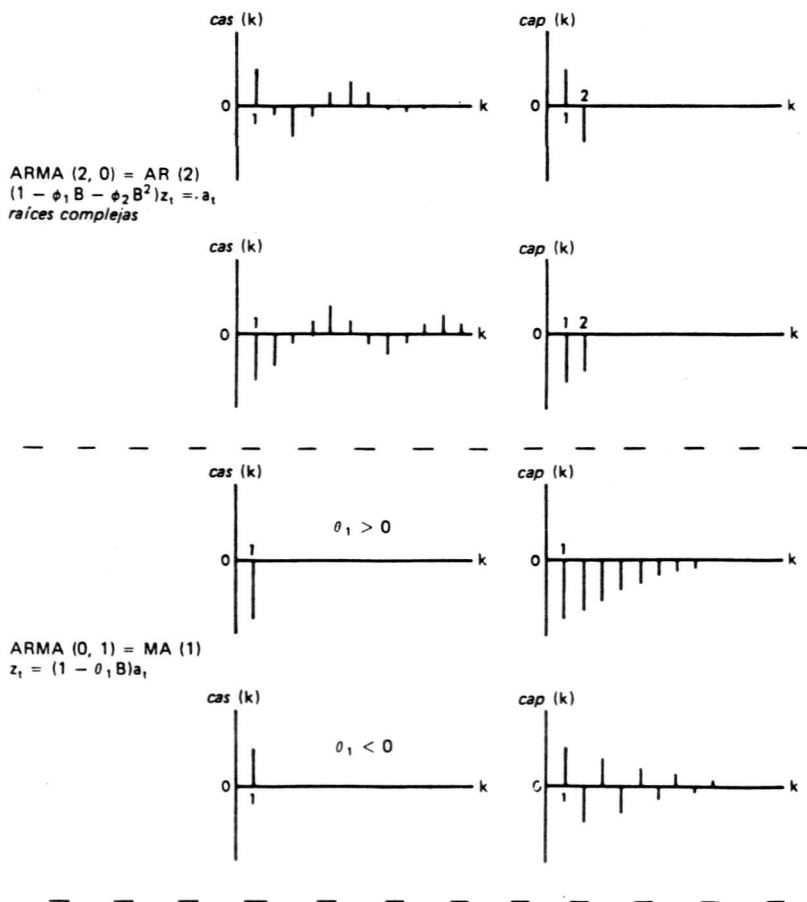


DIAGRAMA I (Cont.)
Configuraciones teóricas de cas y cap para los modelos ARMA
(p, q) de orden bajo

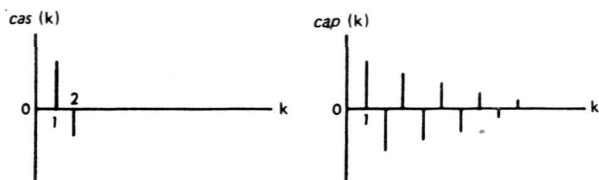
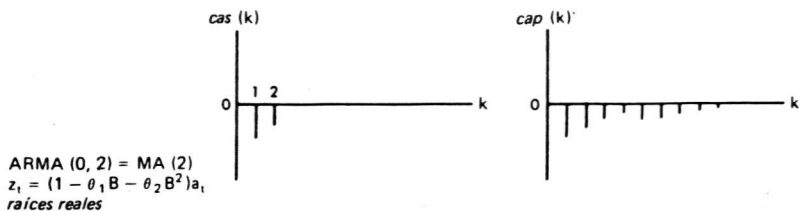


ARMA (2, 0) = AR (2)
 $(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2)z_t = a_t$
 raíces complejas

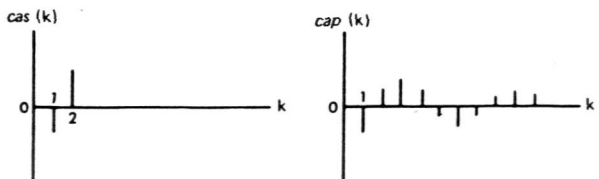
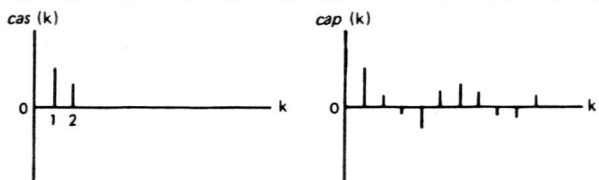
ARMA (0, 1) = MA (1)
 $z_t = (1 - \theta_1 B)a_t$

DIAGRAMA I (Cont.)

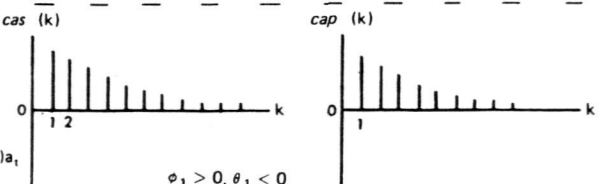
Configuraciones teóricas de *cas* y *cap* para los modelos ARMA
(*p*, *q*) de orden bajo



ARMA (0, 2) = MA (2)
 $z_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2)a_t$
raíces complejas



ARMA (1, 1)
 $(1 - \phi_1 B)z_t = (1 - \theta_1 B)a_t$



$\phi_1 > 0, \theta_1 < 0$

ma del gráfico obtenido sugiere la transformación adecuada que debe verificarse, una vez realizada, con el mismo gráfico.¹¹

La elección de d , y de D cuando la serie es estacional, se realiza a partir del gráfico de los datos, y de los valores de las funciones de autocorrelación (ACF) y autocorrelación parcial (PACF). La no-estacionariedad en la media se manifiesta en los valores de la función de autocorrelación que se amortiguan muy lentamente.¹¹ De modo auxiliar se puede utilizar el criterio de Titner que consiste en la elección de la transformación con menor varianza muestral. Este criterio es de dudosa aplicación en muchos casos en los que la diferencia de varianzas no es significativa.

Una vez transformada la serie en estacionaria, se puede definir un modelo ARIMA adecuado en función de los coeficientes de las funciones de autocorrelación simple y parcial. Las propiedades de las ACF y PACF teóricas de los distintos modelos ARMA se pueden resumir (ver Diagrama 1) en:

- PROCESO AR (p). Las autocorrelaciones se amortiguan lentamente. Las autocorrelaciones parciales son nulas después del retardo p .
- PROCESO MA (q). La ACF tiene q valores no nulos. Las autocorrelaciones parciales se amortiguan lentamente.
- PROCESO ARMA (p, q). La ACF tiene $q-p$ valores anómalos, seguidos de valores que se van amortiguando. La PACF tiene $p-q$ valores anómalos. Los restantes valores se amortiguan lentamente.

Los parámetros del modelo ARIMA identificado se pueden estimar a partir de los $p+q$ primeros valores de la función de autocorrelación, de forma que la ACF teórica del modelo estimado coincida con los valores muestrales de autocorrelación. Esta estimación es consistente, pero no eficiente:¹² no tiene en cuenta los últimos valores de la función de autocorrelación, ni las distorsiones provocadas en la ACF por valores anómalos en la serie y principalmente porque esta estimación no tiene en cuenta la utilización del modelo para realizar previsiones.

Si el modelo a estimar es autorregresivo, la estimación mínimo cuadrática de los parámetros coincide con la estimación de máxima verosimilitud. Normalmente, sin embargo, la estimación mínimo cuadrática sólo se aproxima de forma asintótica a los valores máximo-verosímiles si bien para series suficientemente largas, (100 datos o más) ambos

11. En la identificación univariante del Precio de los inputs metálicos se muestran las formas del gráfico de medias amplitudes, y distintas formas de la ACF y PACF.

12. Es consistente porque el sesgo y la varianza tienden a cero cuando n tiende a infinito. La consistencia no dice nada sin embargo, de cuán rápido se aproxima la estimación al límite.

valores son aproximadamente iguales. La estimación mínimo cuadrática, que se utiliza en la práctica implica la minimización de una función no lineal, que se resuelve por un algoritmo de optimización como el de Marquart, que combina el algoritmo de máximo gradiente (steepest descent) que ofrece rápida convergencia en los valores alejados del óptimo, con la rapidez para los valores cercanos al óptimo del algoritmo de mínimos cuadrados linealizados.

Una vez estimado el modelo, la fase de verificación debe analizar la situación general de estimación, especialmente la sobreparametrización del modelo, y comprobar que los residuos son ruido blanco.

Cuando el modelo tiene más de un parámetro, la correlación entre los parámetros¹³ y la descomposición en factores de los polinomios AR y MA pueden ayudar a la identificación de parámetros redundantes.

La sobreparametrización es consecuencia normalmente de iniciar el análisis con un modelo demasiado complejo lo que motiva términos AR y MA que se compensan o son no significativos, o polinomios que se pueden expresar de forma más escueta.¹⁴ Una incorrecta identificación de la estacionariedad de la serie origina igualmente la aparición de términos muy cercanos a $(1 - B)$, que tienden a compensar la sobrediferenciación o a inducir estacionariedad.

Para el análisis de los residuos del modelo se pueden verificar distintos estadísticos para comprobar que los residuos están no correlacionados.¹⁵ La mejor verificación es, sin embargo, el análisis de la ACF y PACF de los residuos que no deben presentar ninguna estructura.¹⁶

La aparición de valores significativos en la ACF y PACF de los residuos puede estar motivada por valores anómalos en los residuos separados de k períodos, y que se observarán en el gráfico de los residuos, o por una mala identificación del modelo. Cuando esto ocurre la identificación de la estructura de los residuos indicará la reformulación necesaria en la serie original.

Una vez estimado un modelo correcto, las previsiones y la actualización de las previsiones se pueden realizar de forma automática, utili-

13. La estimación del modelo obtiene los valores de los parámetros, su intervalo de confianza, la correlación entre los distintos parámetros y la información sobre los residuos del modelo: el gráfico de residuos, ACF, PACF y varianza de los residuos, que da idea de la explicación del comportamiento de la serie con este modelo.

14. Un modelo MA(1), o AR (1), puede ser identificado de forma incorrecta como AR (2) o Ar (3), con $\varphi_n \cong \varphi_1^n$, especialmente cuando θ_1 es pequeño. La correlación entre los parámetros será elevada y positiva cuando θ_1 es positivo, y negativa cuando θ_1 es negativo.

15. Es muy utilizado el estadístico Q de Box y Pierce (1970), diseñado de tal modo que tiene en cuenta las observaciones hechas por Durbin sobre la detección de autocorrelación. Este estadístico sólo revela una mala identificación, pero no es prueba de una identificación correcta.

16. Los estadísticos clásicos como el Durbin Watson utilizados en regresión sólo detectan la correlación para el primer retardo, mientras que el análisis de la ACF tiene en cuenta toda la estructura de autocorrelaciones.

zando el modelo de forma invertida de la forma:

$$z_t = \varphi_1 z_{t-1} + \varphi_2 z_{t-2} \dots + a_t$$

Como la distribución normal (de a_t) está definida por su media y su varianza, conocemos toda la distribución del valor futuro de z_t condicionada por la información de la historia pasada de la serie.

1.2. Otros métodos tradicionales

La metodología Box-Jenkins es actualmente, el conjunto de procedimientos más potente para el análisis univariante y multivariante de series temporales, y para la obtención de previsiones. Al emprender el análisis de una serie temporal no se puede tener en cuenta un único método de previsión, sino que deben evaluarse los resultados y costes de los distintos métodos disponibles.

La elección de un método de previsión depende de la información disponible y del coste aceptado para obtener la previsión. La cantidad de datos disponibles (número de observaciones), la presencia de estacionalidad, y la misma naturaleza de la serie condicionan los métodos disponibles. El coste del método, especialmente cuando se deben analizar muchas series temporales distintas es igualmente relevante para la elección.

En este apartado se describen algunos de los métodos más utilizados. Estos métodos son rápidos, automáticos y no precisan personal especializado. Tienen el grave inconveniente, sin embargo, que presuponen un proceso estocástico determinado, por lo que sólo son óptimos si la serie estudiada presenta este comportamiento.

Un método muy utilizado es la autoregresión por etapas.¹⁷ En este método la variable estudiada se correlaciona con valores retardados de sí misma; la inclusión o exclusión de un determinado retardo en el modelo final está determinado por algún estadístico sobre la significación de este retardo.

Cuando no se dispone de información disponible, o se desean obtener previsiones de un número muy elevado de series, es frecuente utilizar métodos basados en el alisado de las series. El más elemental de ellos, el alisado exponencial simple, es óptimo cuando la serie corresponde a un proceso ARIMA (0, 1, 1); a pesar de su simplicidad este modelo parece ser adecuado para muchas series económicas, especialmente series de precios en mercados especulativos. Variantes de este método

17. Este procedimiento presupone que la serie tiene un comportamiento AR(n).

son el método Holt-Winters, que supone un proceso ARIMA (0, 2, 2), Holt-Winters estacional, que no se corresponde con ningún proceso lineal, u otros métodos como el de Brown, Hanson, etc.

La metodología Box-Jenkins, en contrapartida, permite obtener previsiones de mayor precisión a un coste más elevado, especialmente por necesitar personal especializado. Cada día más, sin embargo, este costo es asumible para muchas series económicas.

2. ORIGEN DEL MATERIAL DE BASE

La evolución de las cotizaciones de chatarras en el mercado americano viene lógicamente afectada por el ritmo de actividad económica global y está sujeta a estacionalidades no exactas ligadas a la apertura de las comunicaciones lacustres internas, pero la fluctuación de estas cotizaciones no determina el precio en el mercado interno español por la fuerte incidencia de los costes de transporte interior y los fletes, de forma que tales precios tienen el valor de indicadores. Por ello se ha optado por jugar con precios reales obtenidos en el mercado nacional. Cada dato de la serie utilizada refleja el precio ponderado de compras efectuadas a lo largo del mes a unos 20 proveedores, con pago aplazado a 90 días de tal forma que se palían variaciones diarias y se minimizan los efectos del desigual poder de negociación de los distintos proveedores, con lo que se obtienen no sólo precios realmente pagados sino depurados de valores extremos lo que hace a esta serie particularmente significativa, tanto más por cuanto que estos proveedores son mayoristas que que a su vez obtienen el producto de distintas fuentes y operan en distintas áreas geográficas, lo que palía desviaciones meramente locales o de proveniencia sectorial de materiales. Los datos han sido proporcionados por mayoristas que suministran directamente a las empresas siderúrgicas y validados por titulares miembros de GREMETAL y Asociación Nacional de Recuperación. Para optar por estas fuentes en lugar de por las cotizaciones de los mercados internacionales se ha estado a la realidad de los precios pagados por las empresas y a la propia opinión sistemáticamente expuesta en las reuniones anuales del B.I.R. (Bureau International of Recuperation). En el cuadro N° 1 se recogen ordenados cronológicamente los datos con los que se formó la serie que se analiza.

Cuadro N° 1

AÑO \ MES												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1970	3,92	3,91	4,08	4,28	4,19	4,09	4,05	3,99	4,13	4,39	4,126	4,21
1971	5,13	3,772	3,962	3,723	3,591	3,505	3,247	3,171	3,116	3,106	3,064	3,024
1972	3,002	2,898	2,899	2,882	2,922	2,962	2,979	2,998	2,976	2,988	2,048	3,029
1973	3,639	4,369	4,577	4,453	4,421	4,456	4,798	4,974	5,581	5,760	5,993	6,439
1974	6,635	7,177	8,549	10,951	12,078	10,976	10,686	8,785	8,682	9,-	7,69	7,16
1975	6,51	6,34	6,09	6,58	6,77	6,60	6,19	6,29	5,32	5,61	5,-	4,49
1976	5,45	5,47	6,68	7,30	6,84	7,43	6,94	6,36	5,94	6,80	5,20	5,61
1977	5,999	5,932	5,959	5,637	5,552	5,436	5,349	5,174	5,524	6,338	4,849	5,10
1978	5,582	5,915	6,742	7,068	7,017	7,005	7,159	7,222	7,595	7,866	8,125	8,59
1979	8,810	9,55	10,031	9,948	9,274	8,690	9,016	8,815	8,72	8,41	9,55	9,775

3. MODELIZACION PRECIO INPUTS METALICOS

La serie del precio de los inputs metálicos (que denominamos P_t), correspondiente al periodo 1970-1979 (120 observaciones), se caracteriza por fuertes oscilaciones, debidas a alzas especulativas de los precios de materias primas a raíz de la primera crisis energética (1973-1974).

Estos precios están formados por la media ponderada de las compras de un grupo catalán del sector. Las compras corresponden a productos de diversas procedencias, de diversas cantidades y calidades, que provocan una elevada varianza en los datos de la serie, lo que dificulta su modelización.

El modelo ARIMA final $(2, 1, 0) \times (1, 0, 0)_{12}$

$$(1 - 0,095 B - 0,164 B^2) (1 - 0,262 B^{12}) \nabla \ln P_t = a_t$$

explica de forma aceptable el comportamiento de la serie y se muestra igualmente adecuado si se modeliza la serie para los periodos 1970-74 y 1975-79. (Series II y III).

3.1. Identificación¹⁸

El gráfico de la serie P_t en el periodo 1970-1979 (Serie I) muestra que la misma no es estacionaria. El gráfico de media-amplitud sugiere la necesidad de la transformación logarítmica para homogeneizar la varianza de la serie, como ocurre en otras muchas series económicas. El mismo gráfico para la serie ya transformada $\ln P_t$ confirma la conveniencia de esta transformación.

Las series P_t y $\ln P_t$ no son estacionarias en la media, como se observa en el gráfico de los datos, y en el gráfico de autocorrelación (ACF), que se amortigua muy lentamente. Será necesario realizar al menos una diferencia regular y/o estacional para conseguir la estacionariedad de la serie.

La primera diferencia estacional $\nabla^{12} \ln P_t$ no es estacionaria: el gráfico de datos deambula por encima y debajo de la media y la ACF se amortigua muy lentamente. La primera diferencia regular $\nabla \ln P_t$ es aparentemente estacionaria, y la función de autocorrelación no tiene valores significativos, excepto para el retardo 12, lo que no aclara la conveniencia o no de una diferencia estacional adicional. Las diferencias superiores muestran indicio de sobrediferenciación.

G R A F I C O N o 1

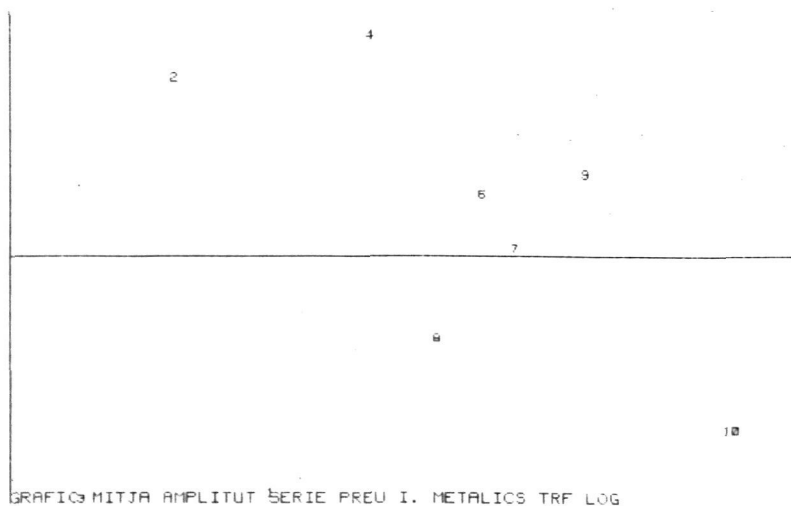
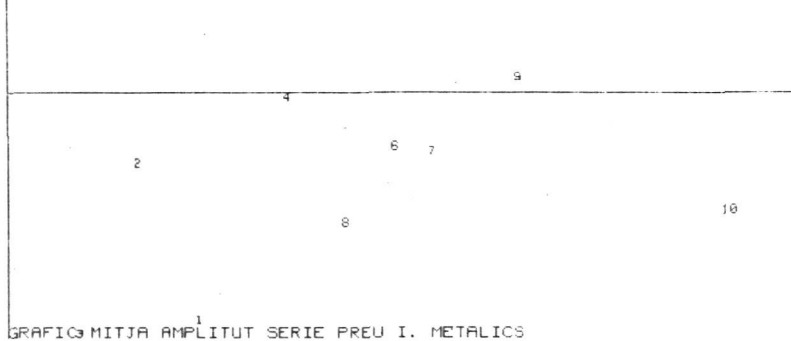
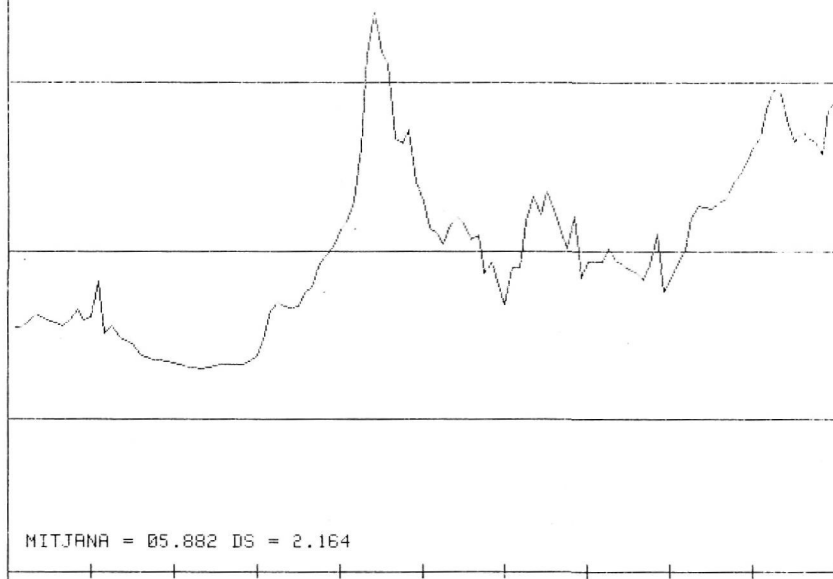


GRAFICO No 2

SERIE PREU I. METALICOS EN DIFERENCIAS 0 0 S= 0



MITJANA = 05.882 DS = 2.164

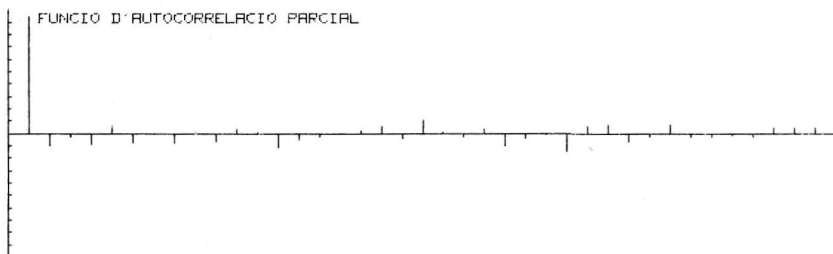
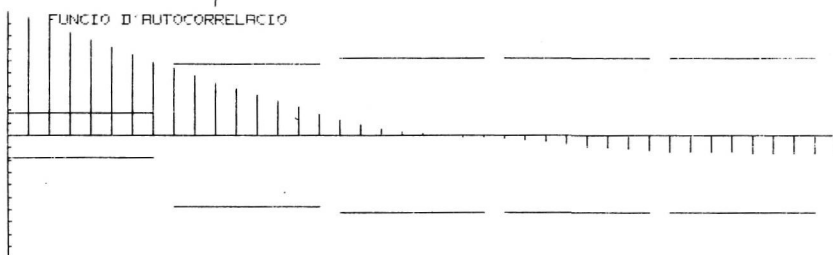


GRAFICO Nº 3

SERIE PPEU I. METALICS TRF LOG EN DIFERENCIES 0 0 S= 0

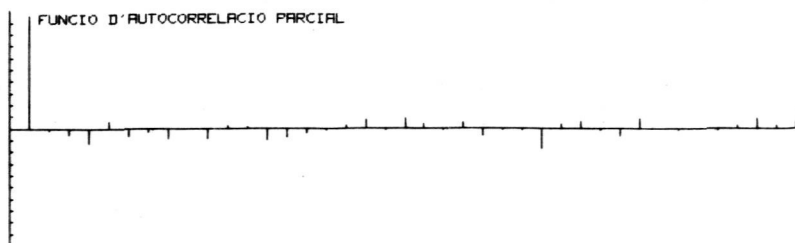
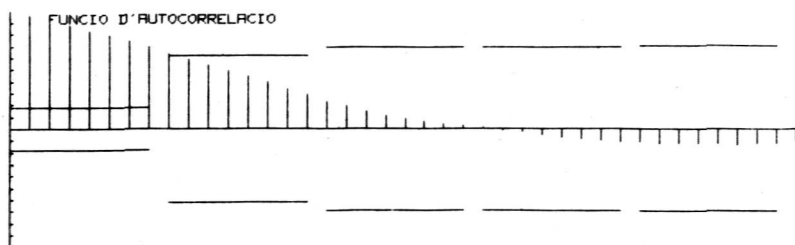
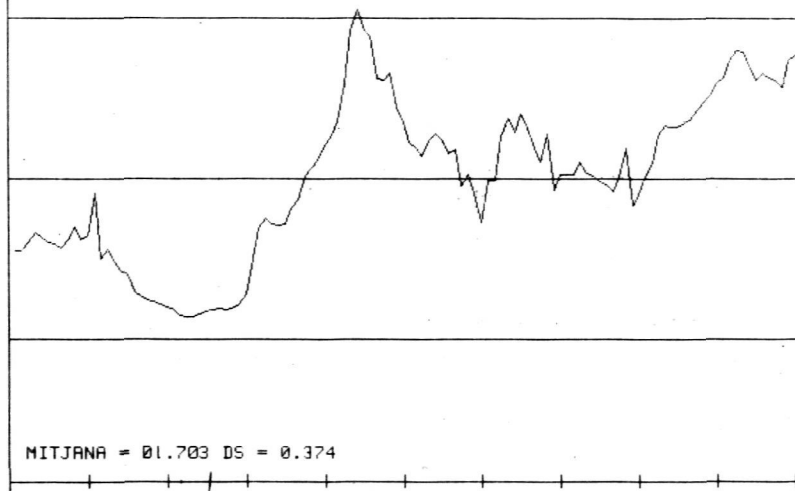
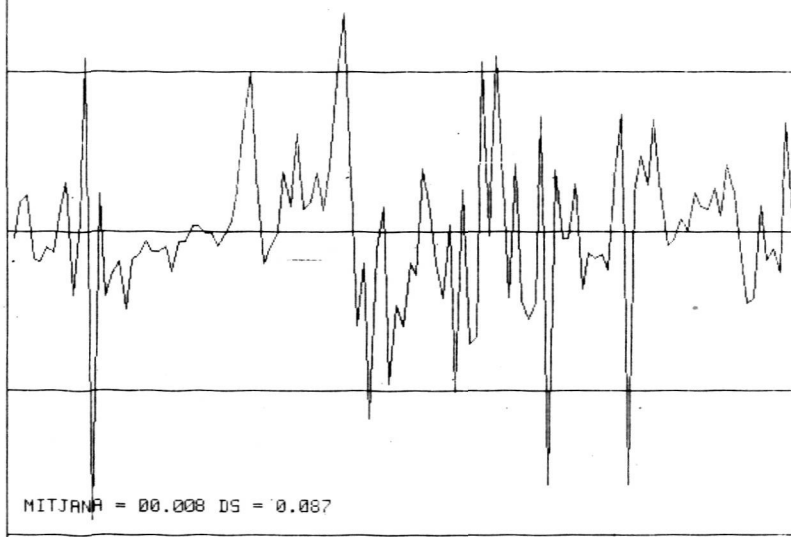
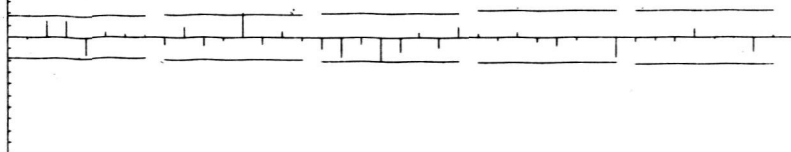


GRAFICO No 4

SERIE PREU I. METALICOS TRF LOG EN DIFERENCIAS : $\theta S = 0$



FUNCIO D'AUTOCORRELACIO



FUNCIO D'AUTOCORRELACIO PARCIAL



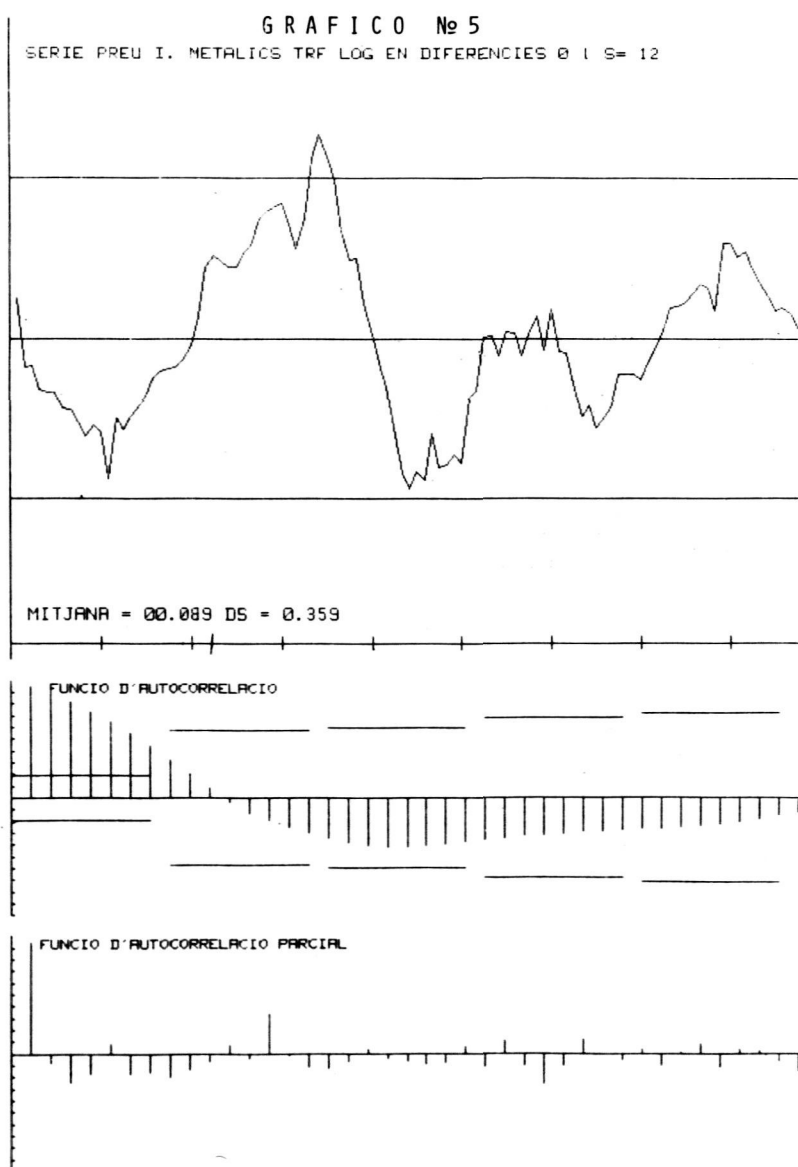
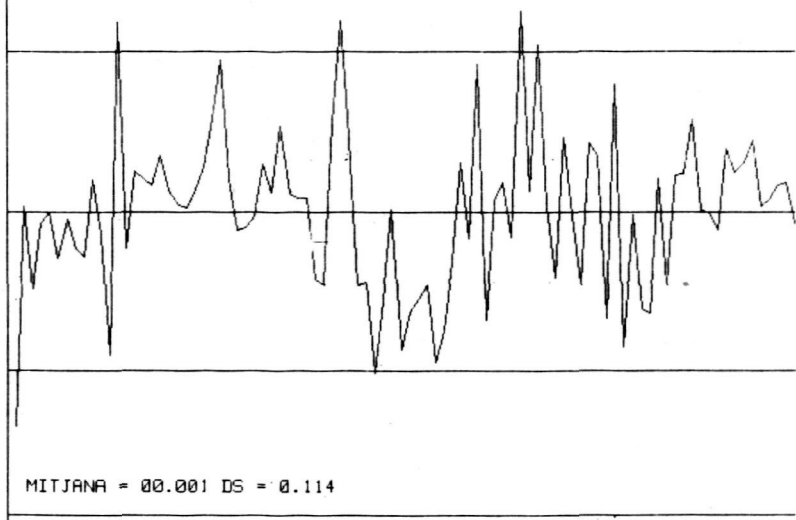
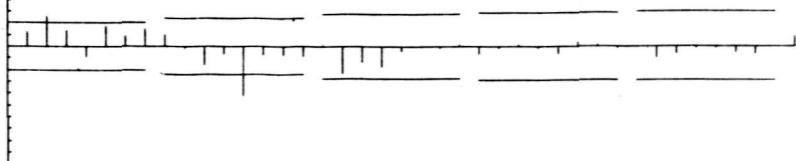


GRAFICO Nº 6

SERIE PREU I. METALICS TRF LOG EN DIFERENCIAS 1 1 S= 12



FUNCIO D' AUTOCORRELACIO



FUNCIO D' AUTOCORRELACIO PARCIAL

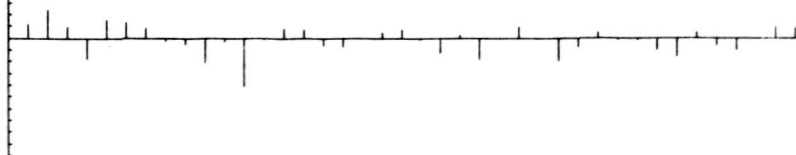
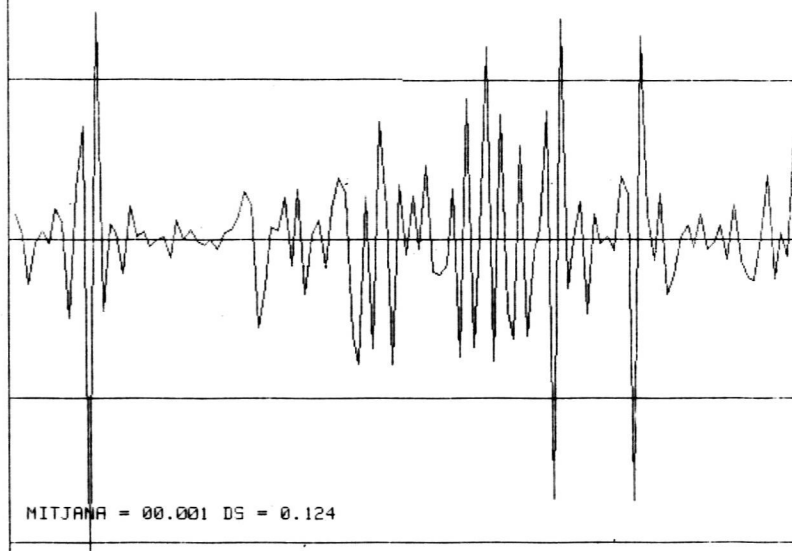
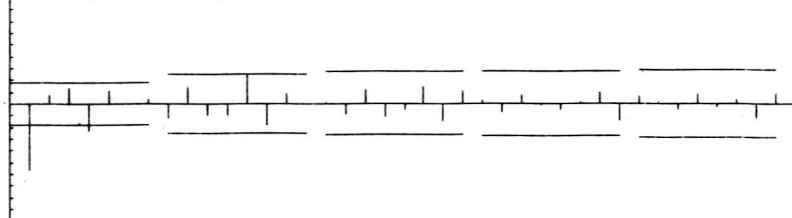


GRAFICO No 7

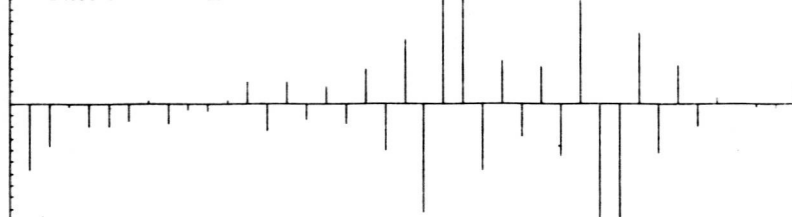
SERIE PREU 1. METALICS TRF LOG EN DIFERENCIES 2 0 5 = 0



FUNCIO D'AUTOCORRELACIO



FUNCIO D'AUTOCORRELACIO PARCIAL



Para verificar la necesidad o no de la diferenciación estacional y para ayudar a la identificación del componente regular del modelo se estiman sendos modelos estacionales para $\nabla \ln P_t$ y $\nabla \nabla^{12} \ln P_t$.

La función de autocorrelación parcial (PACF) de $\nabla \nabla^{12} \ln P_t$ es negativa para los retardos 12, 24 y 36, y la ACF es negativa también para el retardo 12, lo que es consistente con un modelo MA (1)₁₂. El resultado obtenido es: (gráfico 10)

$$(1 - B)(1 - B^{12}) \nabla \nabla^{12} \ln P_t = (1 - 0,914 B^{12}) a_t \quad \sigma a_t = 0,089$$

0,8 - 1,05¹⁹

Es importante observar el término MA (1)₁₂, no significativamente distinto de 1²⁰, lo que demuestra que no es necesario realizar ninguna diferencia estacional.

La identificación del componente estacional para la transformación $\ln P_t$ no es clara. La función de autocorrelación simple y parcial es positiva y significativo para el retardo 12. La PACF tiene un valor negativo para el retardo 36 que no es consistente con un modelo MA (1)₁₂. Por ello, se ha estimado un modelo AR (1)₁₂ con el siguiente resultado: (gráfico 8)

$$(1 - 0,240 B^{12}) \nabla \ln P_t = a_t \quad \sigma a_t = 0,088$$

9053 - 0,427

Este modelo es muy semejante a un modelo MA (1)₁₂, si expresamos éste en forma invertida. Los resultados son: (gráfico 9)

$$\nabla \ln P_t = (1 + 0,215 B^{12}) a_t \quad \sigma a_t = 0,087$$

0,03 - 0,40

equivalente a $(1 - 0,215 B^{12} + 0,046 B^{24} - 0,01 B^{36} \dots) \nabla \ln P_t = a_t$

Los residuos de los modelos AR (1)₁₂ y MA (1)₁₂ no tienen una estructura definida con valores significativos. Los valores de la función de autocorrelación se pueden corresponder con un modelo autorregre-

19. Se incluye el intervalo de confianza del 95% de los parámetros estimados y la varianza residual.

20. Esto no es riguroso. Este término, de todas formas, tiende a anularse con la diferencia estacional $(1 - B^{12})$. Como $\nabla \ln P_t$ no tiene media significativa es posible la simplificación propuesta sin la inclusión de un término constante.

sivo de orden dos o tres con parámetros positivos. Se han estimado ambos modelos sin obtener mejoría al introducir el tercer parámetro.

El modelo final es: (gráfico 11)

$$(1 - 0,0947 B - 0,164 B^2) (1 - 0,262 B^{12}) \nabla \ln P_t = a_t$$

$$\begin{array}{ccc} -0,1/0,28 & -0,02/0,35 & 0,08/943 \end{array} \quad \sigma a_t = 0,081$$

La situación de estimación es correcta; la varianza residual disminuye en un 15% ²¹ y los residuos no presentan ninguna estructura reconocible, por lo que se mantienen los parámetros autorregresivos aunque no sean significativos. Se han estimado igualmente los modelos con el componente estacional en media móvil obteniendo peores resultados. ²²

3.2. Series truncadas²³

Dadas las fuertes alteraciones de la serie en el periodo 1973-74 se ha modelizado la serie para los periodos 1970-1974 y 1975-1979 (60 observaciones).

La identificación es análoga que para la serie original (I). La disminución del número de observaciones dificulta la identificación en el gráfico de media-amplitud, y provoca valores anómalos en los últimos retardos de la función de autocorrelación parcial.

La ACF de la transformación $\ln P_t$ es análoga que para la serie original (I), aunque el valor del primer retardo es mayor que para la serie completa. Se han estimado dos modelos con los siguientes resultados:

$$-(1 - 0,402 B^{12}) (1 + 0,127 B) \nabla \ln P_t = a_t \quad \sigma a = 9,82$$

$$-(1 + 0,139 B + 0,0475 B^2) (1 - 0,419 B^{12}) \nabla \ln P_t = a_t$$

$$\begin{array}{ccc} 0,15/0,4 & -0,25/0,35 & 0,16/967 \end{array} \quad \sigma a = 0,076$$

Es interesante observar la disminución de la varianza residual utilizando el modelo ARIMA (2, 1, 0) x (1, 0, 0)₁₂, motivado por la ausencia del periodo 1973-1974, que distorsiona la estructura de la serie. El análisis de la ACF de los residuos muestra un valor negativo para el re-

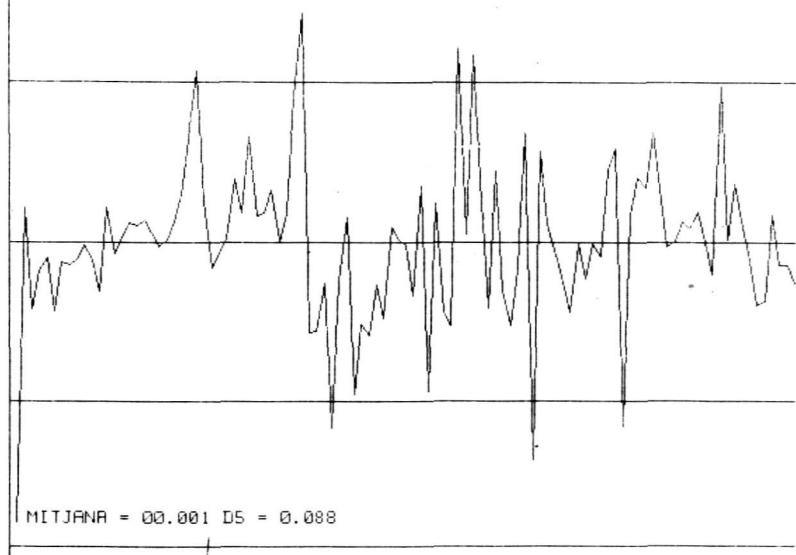
21. Frente al modelo ARIMA (0, 1, 0) x (1, 0, 0)₁₂.

22. Observar residuos y ACF/PACF del modelo ARIMA (2, 1, 0) x (0, 0, 1)₁₂.

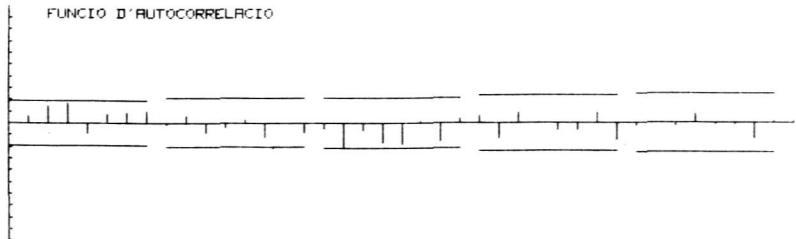
23. Gráficos 12 a 22.

GRAFICO No 8

RESIDUOS (I) ARIMA(0,1,0)x(1,0,0)



FUNCIO D'AUTOCORRELACIO



FUNCIO D'AUTOCORRELACIO PARCIAL

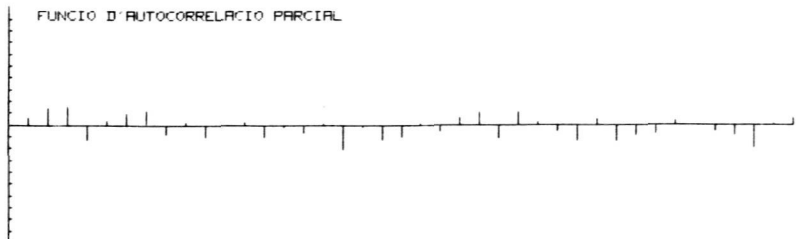
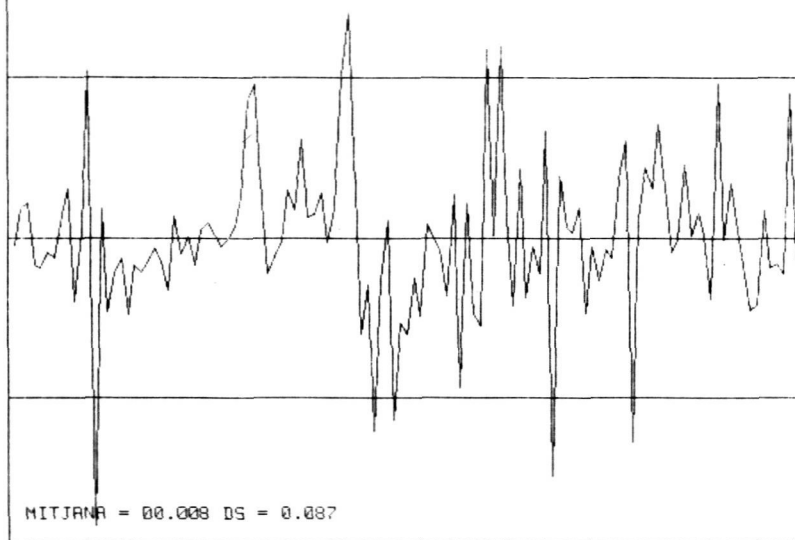
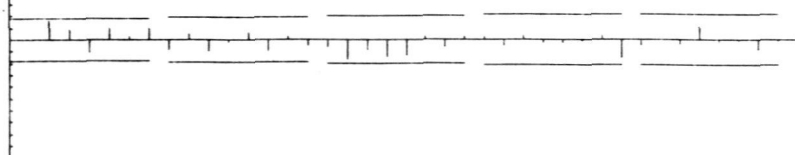


GRAFICO No 9

RESIDUOS (I) ARIMA(0,1,0)x(0,0,1)



FUNCIO D' AUTOCORRELACIO

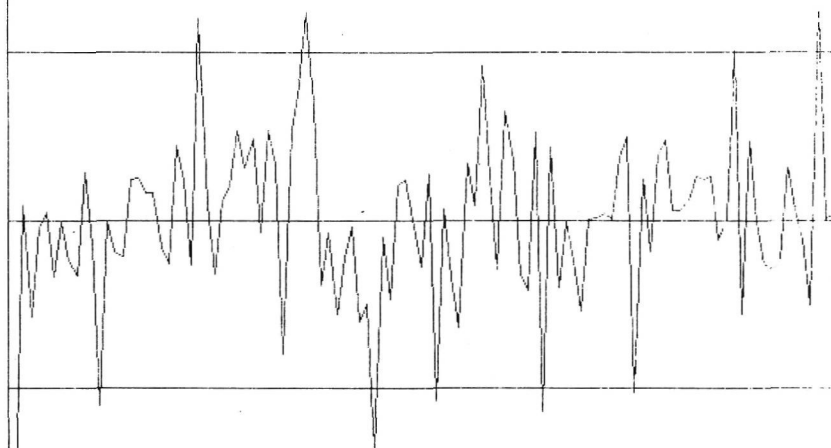


FUNCIO D' AUTOCORRELACIO PARCIAL



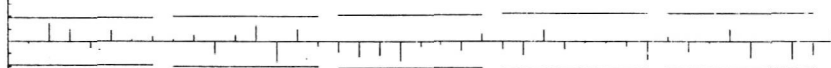
GRAFICO No 10

RESIDUOS (I) ARIMA(0,1,0)x(0,1,1)

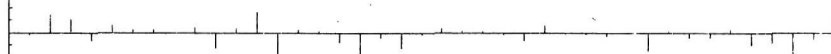


MITJANA = -0.008 DS = 0.089

FUNCIO D'AUTOCORRELACIO



FUNCIO D'AUTOCORRELACIO PARCIAL



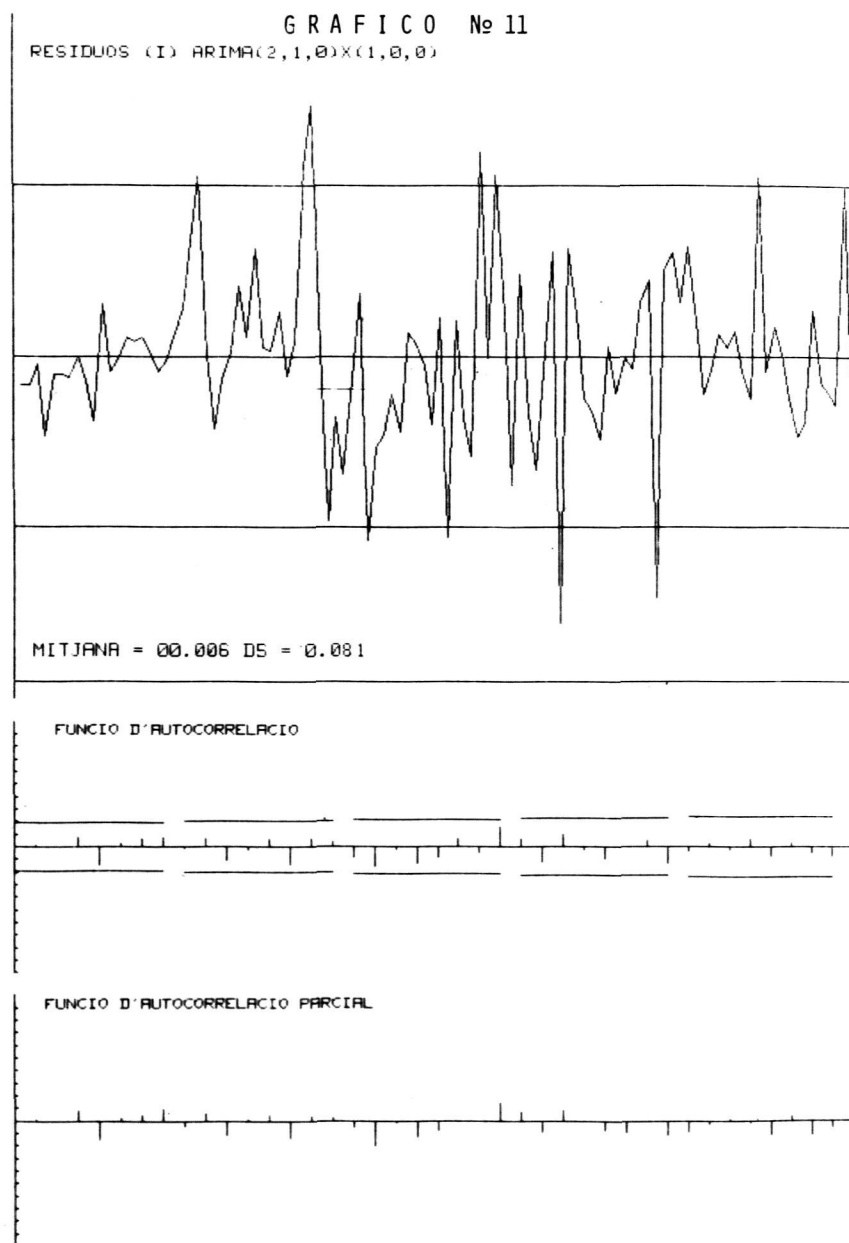
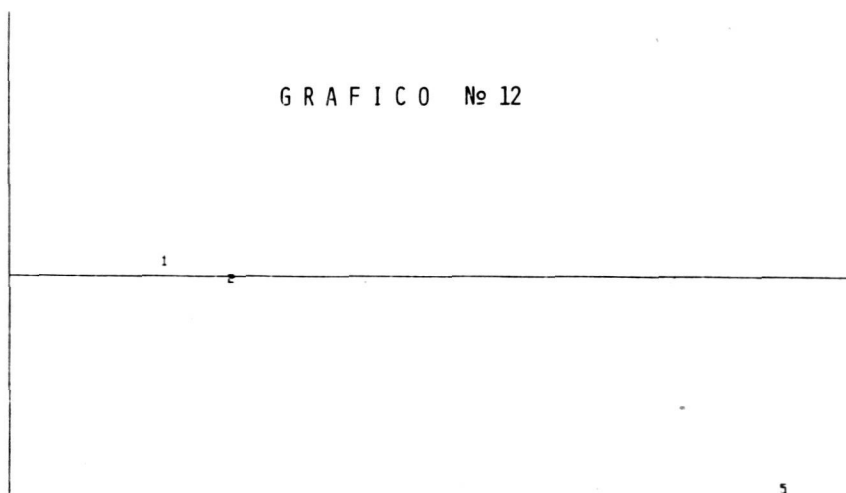
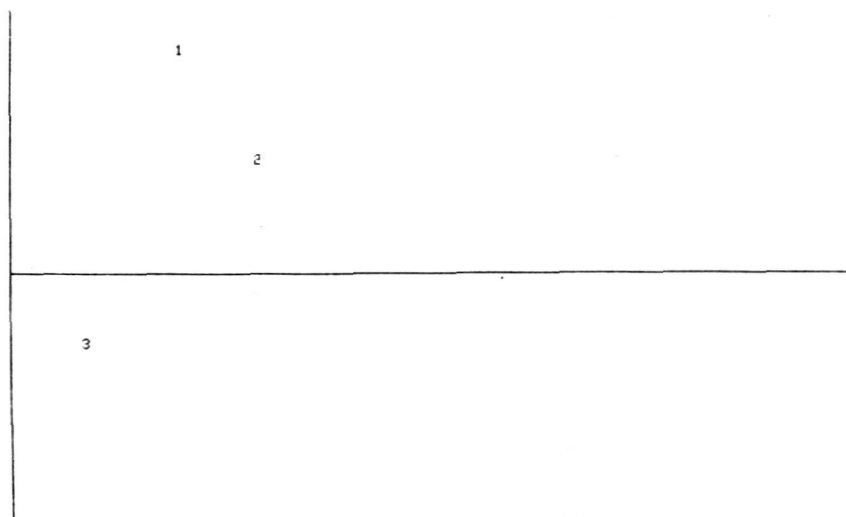


GRAFICO Nº 12



GRAFIC MITJA AMPLITUT SERIE PREU I.M. (II)



GRAFIC MITJA AMPLITUT SERIE PREU I.M. (II) TRF LOG

5

GRAFICO No 13

SERIE PREU I.M. (II) TRF LOG EN DIFERENCIAS 0 0 S= 0

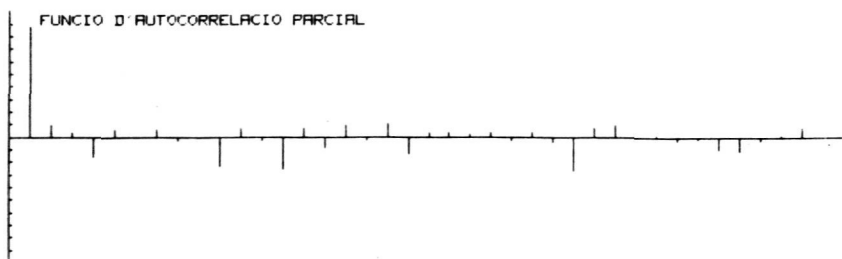
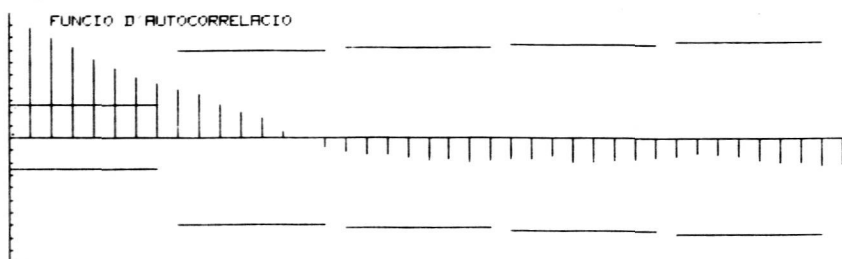
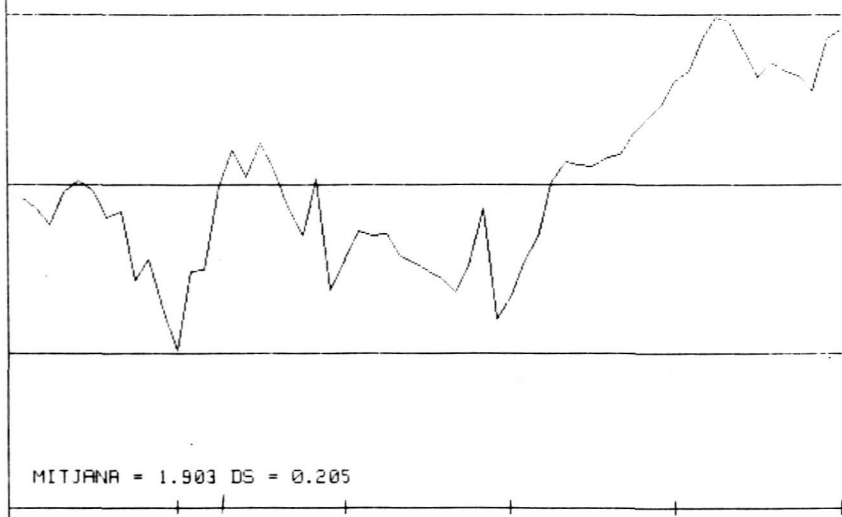
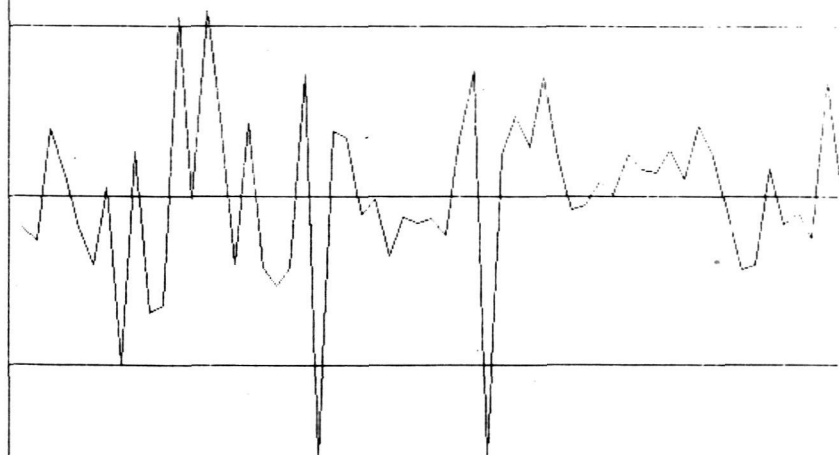


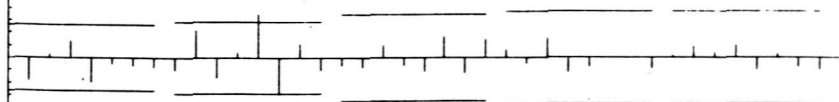
GRAFICO No 14

SERIE PREU I.M. (II) TRF LOG EN DIFERENCIAS 1 0 9 = 0

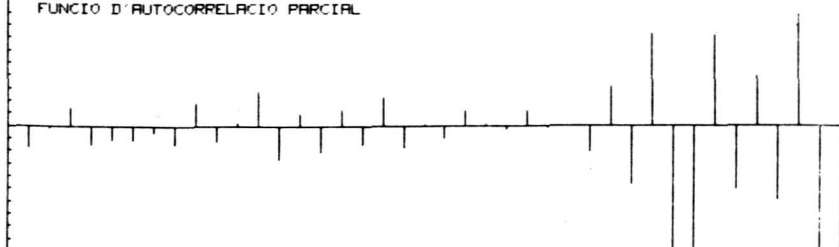


MITJANA = 0.007 DS = 0.088

FUNCIO D' AUTOCORRELACIO



FUNCIO D' AUTOCORRELACIO PARCIAL



G R A F I C O N o 15

SERIE PREU I.M. (II) TRF LOG EN DIFERENCIAS 0 1 S= 12

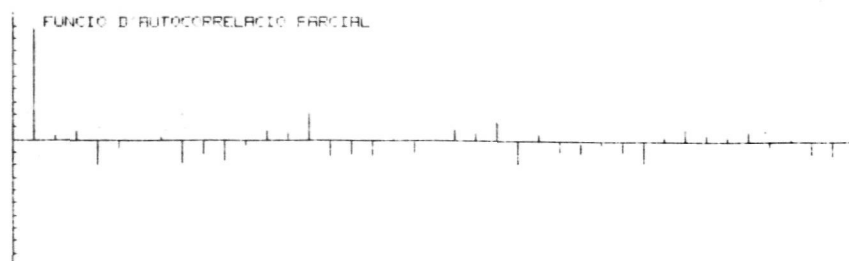
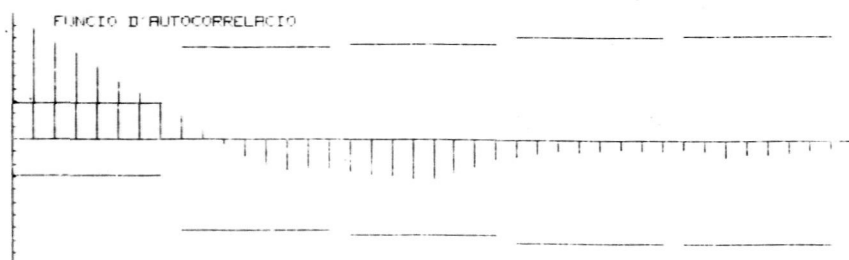
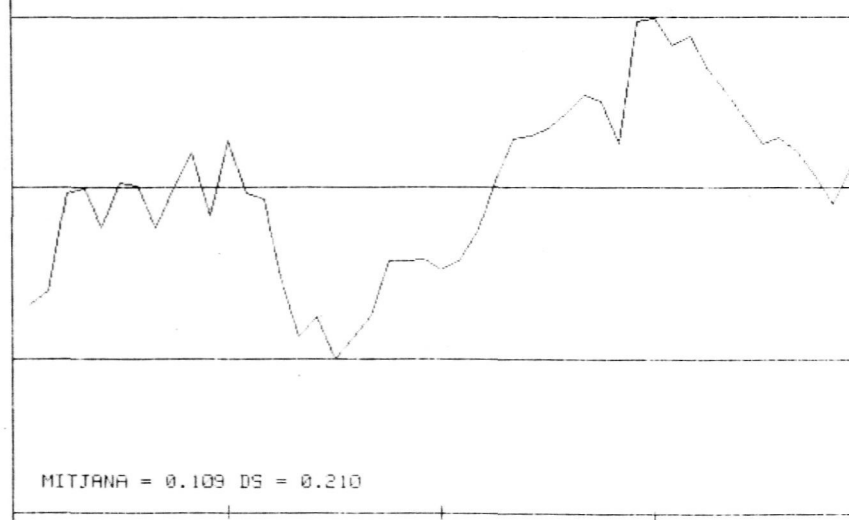
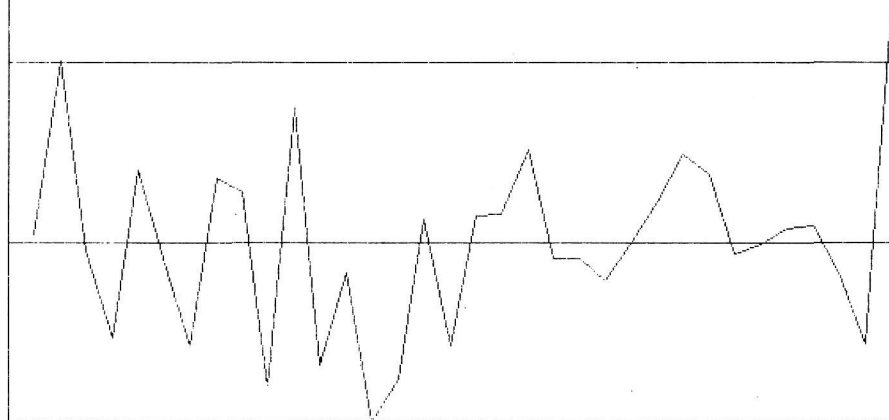


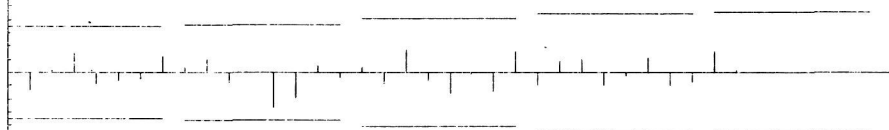
GRAFICO Nº 16

SERIE PREU I.M. (II) TRF LOG EN DIFERENCIAS 1 1 S= 12



MILJANA = 0.030 DS = 0.108

FUNCION D'AUTOCORRELACIO

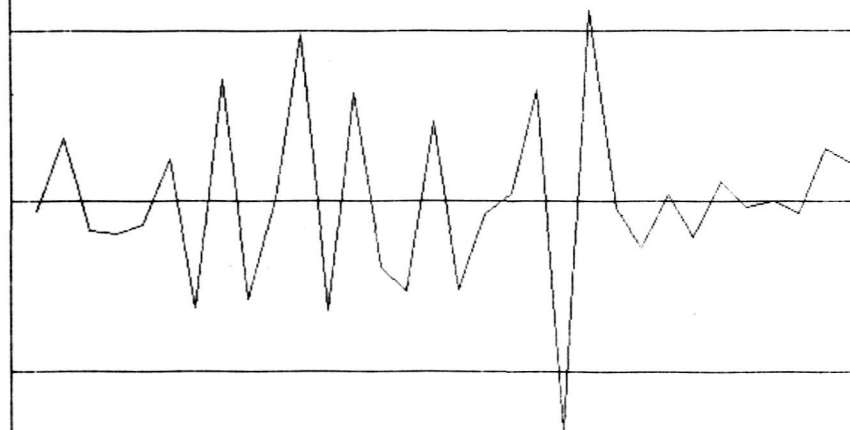


FUNCION D'AUTOCORRELACIO PARCIAL



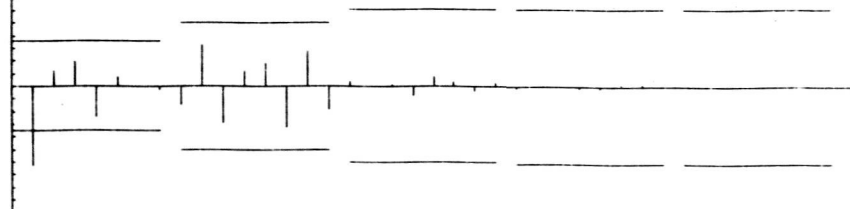
GRAFICO Nº 17

SERIE PREU I.M. (II) TRF LOG EN DIFERENCIAS 2 Ø S= Ø



MITJANA = 0.005 DS = 0.151

FUNCIO D' AUTOCORRELACIO



FUNCIO D' AUTOCORRELACIO PARCIAL

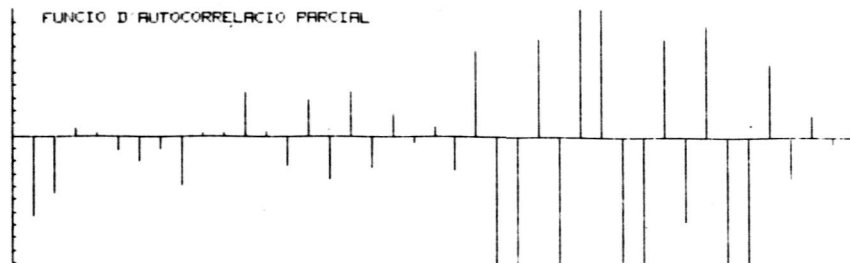
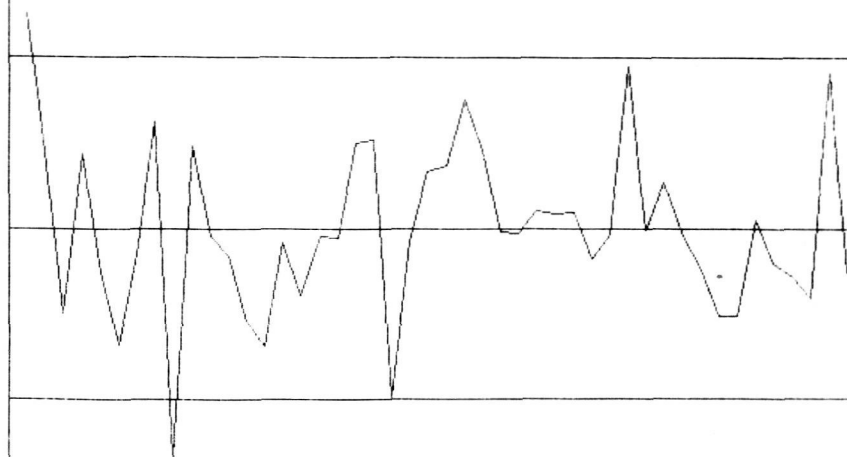


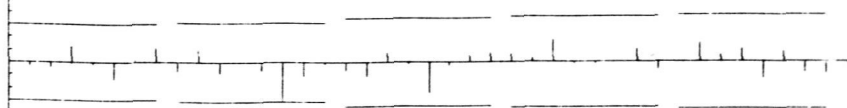
GRAFICO No 18

RESIDUOS (II) ARIMA (1,1,0)x(1,0,0)



MITJANA = 0.011 DS = 0.082

FUNCIO D AUTOCORRELACIO

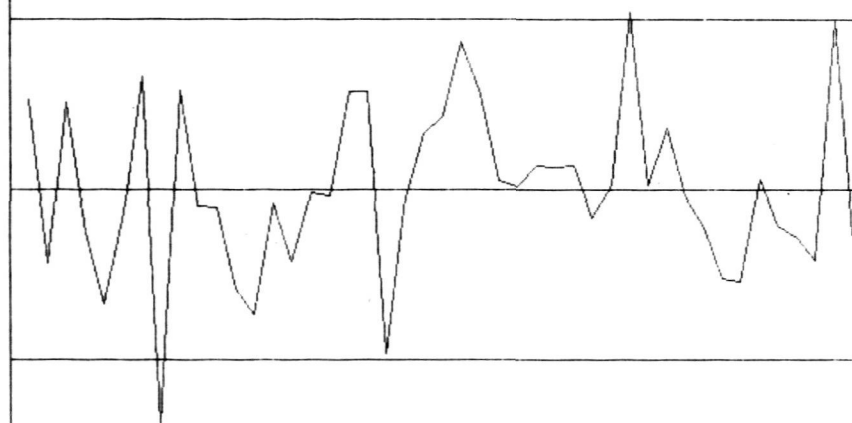


FUNCIO D AUTOCORRELACIO PARCIAL



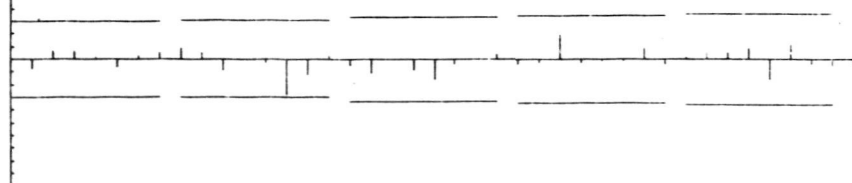
GRAFICO No 19

RESIDUOS (II) ARIMA(2,1,0)X(1,0,0)



MITJANA = 00.007 DS = 0.076

FUNCIO D'AUTOCORRELACIO



FUNCIO D'AUTOCORRELACIO PARCIAL

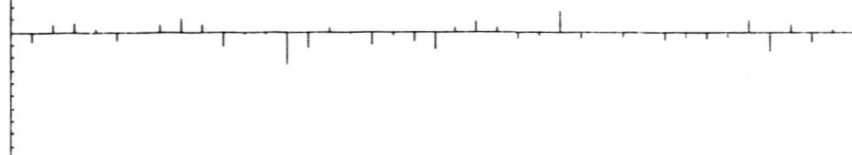
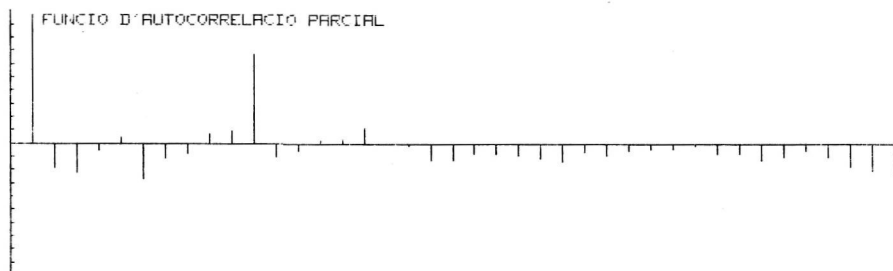
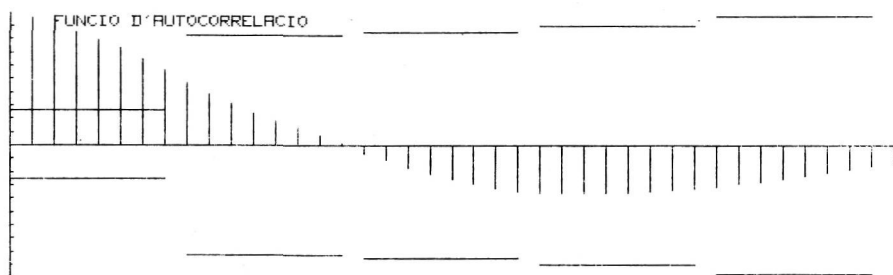
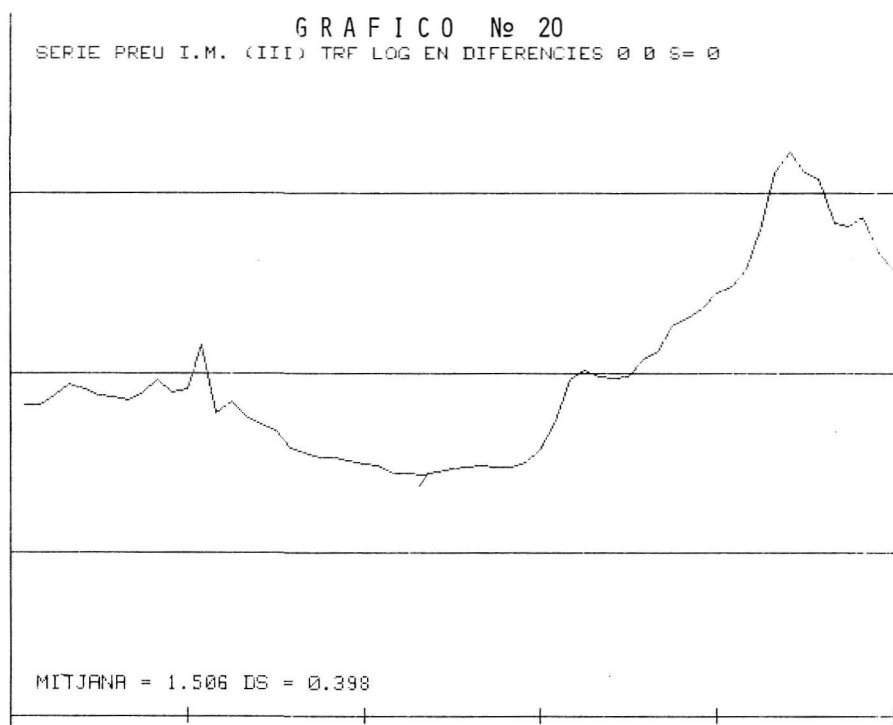


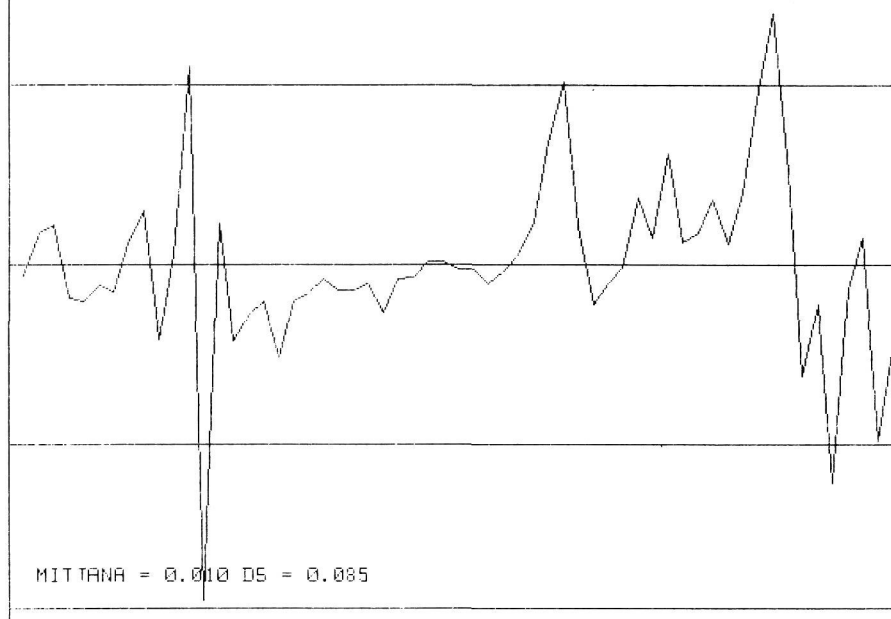
GRAFICO Nº 20

SERIE PREU I.M. (III) TRF LOG EN DIFERENCIAS 0 0 S= 0

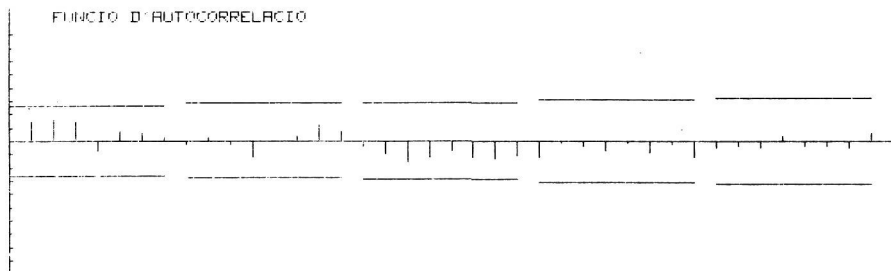


G R A F I C O N o 21

SERIE PREU I.M. (III) TRF LOG EN DIFERENCIAS 1 0 S= 0



FUNCIO D'AUTOCORRELACIO



FUNCIO D'AUTOCORRELACIO PARCIAL

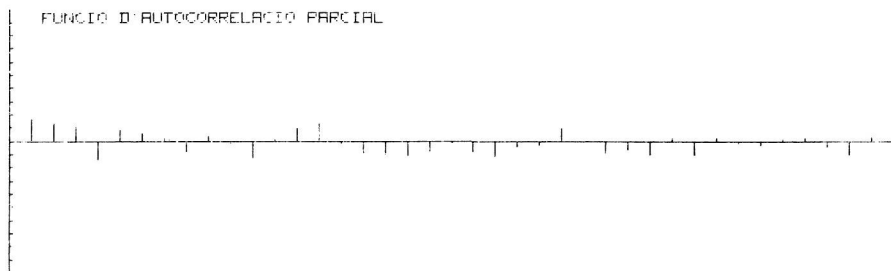
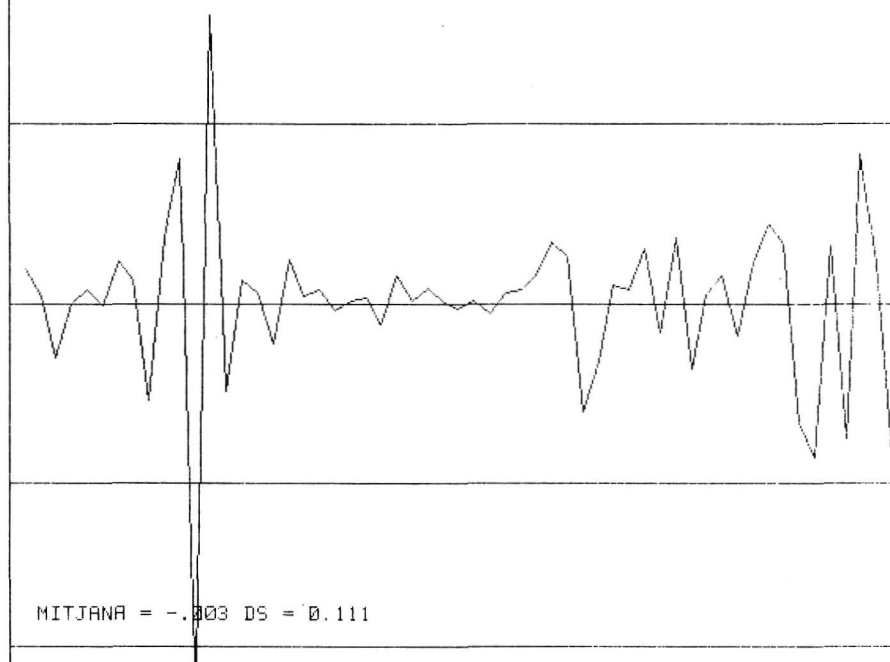


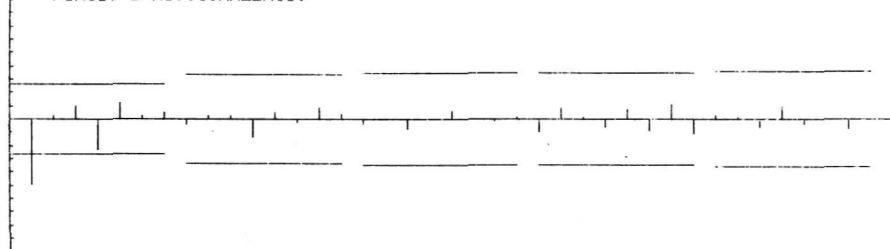
GRAFICO Nº 22

SERIE PREU I.M. (III) TRF LOG EN DIFERENCIAS 2 Ø S= 0

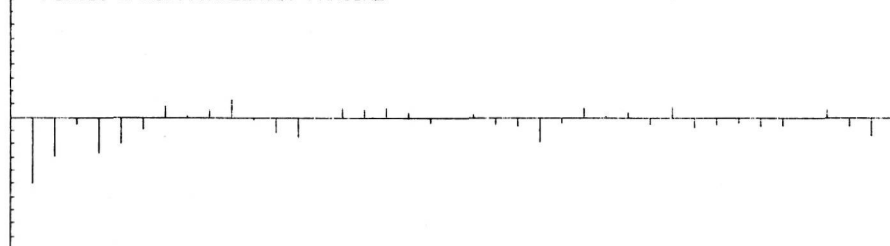


MITJANA = -.003 DS = 0.111

FUNCIO D'AUTOCORRELACIO



FUNCIO D'AUTOCORRELACIO PARCIAL



tardo 13 y positivo para el retardo 26, debido a los residuos anómalos positivos de 9/76 y 11/78, y el residuo negativo de 10/77 separados trece meses entre sí.

El modelo ARIMA (2, 1, 0) x (1, 0, 0)₁₂ es igualmente adecuado para el periodo 1970-1974 obteniéndose el modelo:

$$(1 - 0,095 B - 0,163 B^2)(1 - 0,262 B^{12}) \nabla \ln P_t = a_t \quad \sigma a = 0,078$$

-0,29/0,1 -0,35/0,24 -0,44/-0,08

PREVISION Y CONCLUSION

La previsión de los precios para el año 1980 se ha realizado con el modelo ARIMA (2, 1, 0) x (1, 0, 0)₁₂ aplicado al periodo 1975-1979. Las desviaciones de los valores reales frente a las previsiones son para el primer semestre de 1980.

Enero	—	16%
Febrero	—	10,04%
Marzo	—	10,03%
Abril	—	2,96%
Mayo	—	8,63%
Junio	—	9,7%
Julio	—	3,4%

Los valores reales, dentro del intervalo del 95% de las previsiones realizadas, son en conjunto inferiores a las previsiones, debido a cambios en la gestión de compras de las empresas estudiadas. El modelo muestra la estacionalidad y la forma de la evolución de los precios, si bien es poco útil para realizar previsiones.

La capacidad predictiva mejoraría sensiblemente si la captación de datos se hiciera desglosando las partidas según clases pues, aunque a escala anual las proporciones entre las cuatro clases básicas no varían por imperativos técnicos, en los datos de cada mes puede haber un peso inusual de alguna clase concreta cuya incidencia, al provenir de cuatro variedades distintas, puede distorsionar el sentido de la serie en mayor medida que la variación en el precio originado por calidades inferiores a las normas standard.

A pesar de ello el método Box-Jenkins se muestra igualmente muy eficaz para el análisis de la serie, y estudio de su comportamiento, muy superior a los métodos tradicionales de previsión.

BIBLIOGRAFIA

- ANDERSON, O.D.: "The Box-Jenkins Approach to time series Analysis" R.A.I.R.O. Operations Research (vol. II, núm. 1, Febrero 1977, pág. 3-29).
- BOX, G.E.P.: (1966) "Use and abuse of regression". *Technometrics*, 8(1): 625-629.
- BOX, G.E.P. y G.M. JENKINS: (1970) "Time series analysis: forecasting and control" San Francisco: Holden-Day. (Rev. ed. en 1976).
- BOX, G.E.P. y D.A. PIERCE: (1970) "Distribution of residual autocorrelations in autoregressive-integrated moving average time series models" J. Amer. Statist. Assoc. 65 (332) 1509-1526.
- BRUBACHER, S.R. y G. TUNNICLIFFE WILSON: (1976) "Interpolating time series with application to the estimation of holiday effects on electricity demand" Appl. Statist. 24 (2) pág. 107-116.
- CLEVELAND, W.S.: (1972) "The inverse autocorrelations of a time series and their applications". *Technometrics*, 14 (2) pág. 277-198.
- COOPER, R.L.: (1972) "The predictive performance of quarterly econometric models of the United States", en Hickman, B.C. (ed) "Econometric models of cyclical behavior" Columbia W. Press.
- DURBIN, J.: (1969) "Testing for serial correlation in leastsquares regression when some of the regressors are lagged dependent variables" *Econometrica*, 38(3), pág. 410-421.
- GRANGER, C.W.J.: (1969) "Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods" *Econometrica*, 37. pág. 424-438.
- GRANGER, C.W.J.: (1977) "Forecasting economic time series" Nueva York. Academic Press.
- JEFREYS, H.: (1961) "Theory of probability" 3a. edición. Oxford. Clarendon Press
- MARQUARDT, D.W.: (1963) "An algorithm for least squares estimation of nonlinear parameters" *Jour. Soc. Ind. Appl. Math.* 2. pág. 431-441.
- NAYLOR, T.H.; SEAKS, T.G. y D.W. WICHERN: (1972) "Box-Jenkins methods: an alternative to econometric models" *International Statistical Review*, 40. pág. 123-138.
- NELSON, C.R.: "Applied series analysis for managerial forecasting" San Francisco. Holden-Day.
- NELSON, C.R.: (1976) "The interpretation of R^2 in Autoregressive-moving average time series models" *Amer. Statist.* 30 (4). pág. 175-180.
- PIERCE, D.A': (1977) "Relationships —and the lack thereof— between economic time series, with special reference to money and interest rates" J. Amer Statist. Assoc. 72 (375). pág. 11-22.
- PROTHERO, D.L. y K.F. WALLIS: (1976) "Modeling macroeconomic time series" J. Royal Statist. Soc. A. 139 (4). pág. 468-186. (Discussion per J.P. Burman, O.D. Anderson, P. Newbold, C.Chatfield, S.D. Shenfield, D. Williams, M.J. Mather, G.E.P. Box y G.M. Jenkins, C.W.J. Granger, D.F. Hendry, C.R. Nelson, D.A. Pierce).
- SAVAGE, L.J. y otros: (1962) "The foundations of statistical inference: a discussion" Londres. Methuen.
- TREADWAY, A.B.: (1978) "Sobre la modelización estadística de la balanza de pagos en España" *Información Comercial Española* núm. 536. Abril págs. 24-26
- TREADWAY, A.B., GARCIA PARDO, J. y CARBAJO ISLA A.: (1978) "Efectos sobre la economía española de una devaluación de la peseta" Ed. Fundación Ramón Areces. Madrid.
- TREADWAY, A.B.: (1979) "La inflación y la política monetaria española: aplica-

- ciones del enfoque Box-Jenquins" *Cuadernos Económicos de E.C.E.* núm. 11-12. pág. 147-202.
- ZELLNER, A.: (1962) "An efficient method of estimating seeminally unrelated regressions and test for aggregation bias" *J. Amer. Statist. Assoc.* 57. pág. 348-368.
- ZELLNER, A.: (1971) "An introduction to Bayesian inference in econometrics" London. John Wiley & Sons.
- ZELLNER, A. y F. PALM: (1974) "Time series analysis and simultaneous equation econometric models" *J. Econometrics*, 2(1). pág. 17-54.